**Б. А. Кац, А. Ю. Погодина (Казань)**

# НЕПРЕРЫВНОСТЬ ИНТЕГРАЛА КОШИ НА НЕГЛАДКОЙ КРИВОЙ

Пусть $\Gamma$ есть простая спрямляемая кривая на комплексной плоскости. Тогда для любой заданной на $\Gamma$ непрерывной функции $f(t)$ интеграл типа Коши

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f(\zeta)d\zeta}{\zeta - z} \tag{1}$$

существует и представляет голоморфную при $z \in C \setminus \Gamma$ функцию. Традиционный интерес вызывает вопрос о непрерывности функции $F$ на дуге $\Gamma$, т. е. о существовании пределов, получающихся при приближении $z$ к точке $t \in \Gamma$ слева и справа соответственно. Этот интерес в значительной степени обусловлен приложениями интеграла Коши при решении краевых задач и сингулярных интегральных уравнений. В случае, когда кривая $\Gamma$ не является кусочно гладкой, здесь остаются открытыми многие вопросы.

В данной работе вопрос о непрерывности интеграла Коши исследуется для кривых вида

$$\Gamma = \{x + iy : x \in I, y = Y(x)\}, \tag{2}$$

где $Y(x)$ есть заданная на отрезке $I = [0, 1]$ непрерывная, но, вообще говоря, не дифференцируемая функция.

**Теорема.** *Пусть дуга $\Gamma$ задана уравнением вида (2), где функция $Y$ имеет ограниченную вариацию на отрезке $[\varepsilon, 1]$ при любом $\varepsilon > 0$, а заданная функция $f(\zeta), \zeta \in \Gamma$, имеет проекцию $f^*(x) \equiv f(x + iY(x)), x \in I$, дифференцируемую на интервале $(0, 1]$ и удовлетворяющую на отрезке $I$ условию Гёльдера с показателем $\nu \in (0, 1]$. Пусть, кроме того, функция $f$ обращается в нуль на концах дуги $\Gamma$. Если для некоторой непрерывно дифференцируемой на отрезке $I$ функции $Y_0(x)$ и некоторого числа $p > 2$ выполняется условие*

$$\int_0^1 \left|\frac{df^*}{dx}\right|^p |Y(x) - Y_0(x)|\, dx < \infty,$$

*то интеграл типа Коши существует (вообще говоря, как несобственный) и в любой точке дуги $\Gamma$ имеет граничные значения с обеих сторон. Эти граничные значения удовлетворяют условию Гёльдера с показателем $\mu = \min\{\nu, 1 - 2/p\}$.*

Отметим, что эта теорема позволяет установить непрерывность интеграла Коши во многих случаях, не подпадающих под условия известных теорем о непрерывности интеграла Коши, включая известные результаты Е.М. Дынькина [1].

Полученные результаты допускают обобщение на неспрямляемые кривые.

### ЛИТЕРАТУРА


1. Дынькин Е. М. *Гладкость интеграла типа Коши*// Записки научн. сем. Ленингр. отд. матем. ин-та АН СССР. - 1979. - Т. 92. - С. 115–133.



**В. Ф. Кириченко (Москва)**


## О ГЕОМЕТРИИ ПОДМНОГООБРАЗИЙ ЛАГРАНЖА

Подмногообразия Лагранжа, т.е. $n$-мерные подмногообразия $2n$-мерного симплектического многообразия, аннулирующие структурную форму, играют важную роль в симплектической геометрии и часто встречаются в различных задачах механики и физики. С точки зрения эрмитовой геометрии такие подмногообразия есть не что иное, как вполне вещественные подмногообразия почти келеровых многообразий, наделенных эрмитовым продолжением исходной симплектической структуры.

**Теорема 1.** *Через каждую точку симплектического многообразия $M$ размерности свыше четырех с фиксированным эрмитовым продолжением в направлении любой лагранжевой плоскости проходит единственное вполне геодезическое лагранжево подмногообразие (короче, $s$-лагранжево подмногообразие) тогда и только тогда, когда $M$ — комплексная пространственная форма.*